

## 4. PROPORCIONALIDAD.

- **Magnitud.**– Cualquier propiedad que se puede medir numéricamente.
- Dos magnitudes A y B son *directamente proporcionales* o *proporcionales*, a secas, cuando  $\frac{A}{B} = k$  siempre.

Dos magnitudes A y B son *inversamente proporcionales* cuando  $A \cdot B = k$  siempre.

En ambos casos, k se llama constante de proporcionalidad.

- **Proporción.**– Es una igualdad de la forma  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , donde a, b, c y d son números racionales.

Antecedentes: a, c.

Extremos: a, d.

Consecuentes: b, d.

Medios: b, c.

– Si se intercambian los medios o los extremos, se obtiene una proporción equivalente.

– Si  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , entonces  $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$  y  $\frac{a \pm c}{b \pm d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

- **Reglas de tres simples.**– Relacionan los valores de dos magnitudes, uno de los cuales no conocemos:

$$a \rightarrow A$$

$$b \rightarrow B$$

– **Regla de tres directa.**– Cuando las dos magnitudes son directamente proporcionales. Se cumple que:  $a \cdot B = b \cdot A$ .

– **Regla de tres inversa.**– Cuando las dos magnitudes son inversamente proporcionales. Se cumple que:  $a \cdot A = b \cdot B$ .

- Cuando dos magnitudes A y B son directamente proporcionales, el *tanto por uno* de A sobre B es el valor de A que le corresponde a  $B = 1$ , y el *tanto por ciento* de A sobre B es el valor de A que le corresponde a  $B = 100$ .

- **Repartos proporcionales.**– Se reparte una cantidad C en partes proporcionales a los valores de una magnitud A, que llamaremos  $a_1, a_2, \dots, a_n$ .

Las partes son:  $a_1 \cdot k, a_2 \cdot k, \dots, a_n \cdot k$ .

Para hallar la constante de proporcionalidad k se plantea la siguiente ecuación:

$$a_1 \cdot k + a_2 \cdot k + \dots + a_n \cdot k = C$$

- **Repartos inversamente proporcionales.**– Se reparte una cantidad C en partes inversamente proporcionales a los valores de una magnitud A, que llamaremos  $a_1, a_2, \dots, a_n$ .

Las partes son:  $\frac{k}{a_1}, \frac{k}{a_2}, \dots, \frac{k}{a_n}$ .

Para hallar la constante de proporcionalidad k se plantea la siguiente ecuación:

$$\frac{k}{a_1} + \frac{k}{a_2} + \dots + \frac{k}{a_n} = C.$$

- **Reglas de tres compuestas.**– Relacionan los valores de tres magnitudes, que pueden ser directa o inversamente proporcionales:

$$a \rightarrow A \rightarrow \alpha$$

$$b \rightarrow B \rightarrow \beta$$

Se despeja la incógnita siguiendo las mismas reglas que para las reglas de tres simples.

Ej.– Si  $\begin{matrix} a \rightarrow A \\ b \rightarrow B \end{matrix}$  es directa y  $\begin{matrix} A \rightarrow \alpha \\ B \rightarrow \beta \end{matrix}$  es inversa:  $a \cdot B \cdot \beta = b \cdot A \cdot \alpha$ .

1. Calcula el término desconocido de cada una de las siguientes proporciones:

a)  $\frac{36}{x} = \frac{1}{5}$

c)  $\frac{8}{32} = \frac{2}{x}$

b)  $\frac{27}{x} = \frac{x}{3}$

d)  $\frac{9}{12} = \frac{12}{x}$

2. Una emisora de radio emite durante 24 horas al día. La tercera parte de su programación es musical, la sexta parte la dedica a información general y la octava parte a información deportiva. ¿Cuántas horas diarias dedica al resto de programas?
3. Un terreno rectangular tiene una dimensiones de 120 m. x 80 m. Calcula:
  - a) La superficie de una parcela que ocupa  $\frac{3}{50}$  de dicho terreno.
  - b) La fracción de terreno que representa una parcela de 640 m<sup>2</sup>.
  - c) Si se venden primero  $\frac{3}{16}$  del terreno y después  $\frac{4}{39}$  del resto, ¿qué superficie tiene el terreno que queda?
4. Un frutero vende  $\frac{2}{3}$  de las naranjas que tiene. Después, tira la séptima parte de las que le quedan por estar malas. Del resto, regala la cuarta parte y, finalmente, se guarda para él 12 naranjas. Si al final sólo le quedan 15 naranjas, ¿cuántas tenía al principio? ¿Qué fracción de las que tenía al principio ha regalado?
5. Del beneficio obtenido por una empresa a lo largo del año, la quinta parte la obtuvo en Agosto. Del beneficio obtenido en Agosto,  $\frac{4}{7}$  lo obtuvo durante la segunda mitad del mes. De lo que obtuvo en la segunda mitad de Agosto,  $\frac{2}{5}$  lo logró en los cuatro últimos días, en los cuales consiguió unos beneficios de 11.520 €. ¿Cuál fue el beneficio anual de la empresa?
6. Un grifo llena un depósito de agua en 3 horas, mientras que otro grifo lo llenaría en 6 horas. ¿Qué tiempo tardan en llenarlo los dos juntos?

7. En una fábrica de zumos, una máquina tarda 180 horas en envasar toda la producción de un mes. Si se adquiere otra máquina que tardaría sola 120 horas en hacer el mismo trabajo, ¿cuánto tardarán las dos juntas? ¿Qué fracción de la producción conseguirán envasar entre las dos en 10 horas de funcionamiento?
8. En un estanque hay dos grifos y un desagüe por el que se pierde agua. Uno de los grifos tardaría dos horas y media en llenar el estanque, y el otro 10 horas. Por otro lado, el desagüe tardaría 6 horas en vaciar el estanque. ¿Cuánto tardará en llenarse si están abiertos los dos grifos y el desagüe?
9. En una mina de carbón, de cada 1.000 kg. de material extraído se obtienen solamente 600 kg. de carbón. ¿Cuántos kilogramos de carbón se habrán obtenido un día en el que se extrajeron 20.000 kg. de material?
10. Siete obreros cavan en dos horas una zanja de 10 metros. ¿Cuántos metros cavarán en el mismo tiempo 42 obreros? ¿Cuántos obreros serán necesarios para cavar en dos horas 60 metros de zanja?
11. Al efectuar una compra de 36 euros nos rebajan un 6%. ¿Cuánto tendremos que pagar?
12. Un comercial cobra el 5% de las ventas que realiza. ¿Cuánto necesita vender para ganar 600 euros?
13. En una clase de 32 alumnos hay 5 enfermos de gripe. ¿Qué tanto por ciento de alumnos tienen gripe?
14. ¿Cuál es el precio de un automóvil, si tras hacernos una rebaja de un 10% hemos tenido que abonar 11.100 euros?
15. ¿Cuál es el precio antes de impuestos de una entrada de cine, si tras cargarle un 7% de I.V.A. el precio de venta al público es de 3'90 euros?
16. Reparte el número 578 en partes proporcionales a 1, 2 y 3.
17. Dos socios, A y B, aportaron para la fundación de una empresa 60.000 € en la forma siguiente: A aportó 36.000 € y B el resto. Al cabo de un año, la empresa ha obtenido una ganancia de 12.000 €. ¿Qué beneficio corresponde a cada socio?
18. Un coche, a una velocidad media de 60 km/h, tarda 8 horas en recorrer una distancia. ¿Cuánto tardará en recorrer la misma distancia a una velocidad media de 75 km/h?
19. En un establo hay 24 vacas, que tienen alimento para 20 días. Si cuando llevan cuatro días encerradas llegan 16 nuevas vacas, ¿para cuántos días más les queda alimento?
20. Reparte 42 euros entre tres niños de forma inversamente proporcional a sus edades, que son 3, 5 y 6 años.
21. Dos amigos se reparten 3'60 euros en partes inversamente proporcionales al tiempo que han tardado en resolver un problema de Matemáticas. El primero tardó 4 minutos, y el segundo 6. ¿Cuánto correspondió a cada uno?

- 22.** Si diez obreros cavan una zanja de 400 metros en 20 días, ¿cuántos obreros son necesarios para cavar 1.000 metros de zanja en un solo día?
- 23.** En una fábrica textil, 5 máquinas tejen en 6 horas 60 jerséis. ¿Cuántas máquinas se necesitarán para tejer 100 jerséis en 5 horas?
- 24.** Una persona gana 138'24 euros trabajando durante 5 días 4 horas diarias. ¿Cuánto habría ganado de haber trabajado durante 22 días 8 horas diarias?
- 25.** Un empleado cobra 224 euros por 8 días de trabajo. ¿Cuánto habría ganado si hubiera trabajado 20 días?
- 26.** Reparte 6.500 en partes proporcionales a 6, 9 y 11.
- 27.** En un concurso de carreras populares se destinan 360 euros para tres premios, que han de ser inversamente proporcionales a los tiempos invertidos en el recorrido por los tres primeros corredores. El corredor A tarda 26 minutos, el B tarda 28 minutos, y el C 30 minutos. Calcula el premio que corresponde a cada uno.
- 28.** Cien obreros construyen un muro de 50 metros de largo y 2 de alto en 10 días. ¿Cuántos metros de largo tendrá el muro si lo construyen 200 obreros en 4 días y tiene 4 metros de alto?
- 29.** Un ganadero necesitaría vender 60 bueyes para que el pienso que tiene fuera suficiente para alimentar a su ganado durante 20 semanas, ya que si no lo hace sólo tendría alimento para 14 semanas. ¿Cuántos bueyes tiene?